

Corrigé ex. d'exercice : « contrôle avant mise sur marché »

1. La variable aléatoire T suit la loi Normale $N(m = 100, \sigma = 1)$. Les bornes valent $a = 98$ et $b = 102$. On peut écrire que $a \leq X \leq b$ équivaut à $(a-m) / \sigma \leq X \leq (b-m) / \sigma$ ou encore $(a-m) / \sigma \leq X \leq (b-m) / \sigma$, d'où $98 \leq X \leq 102$ équivaut à $-2 \leq X \leq 2$.

On a donc $P(98 \leq X \leq 102) = P(-2 \leq X \leq 2)$ où X suit la loi normale centrée réduite $N(0, 1) = \Phi(2) - \Phi(-2) = \Phi(2) - \Phi(-2)$ où Φ est la fonction dont la table est donnée en annexe à la fin du document. Si la variable est négative utiliser : $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ et donc ici on trouve $P(98 \leq X \leq 102) = 0,9772 - 0,0228 = 0,9544$

2. On veut que :

$$P(98 \leq X \leq 102) = 0,97 \Leftrightarrow P(-2 \leq X-100 \leq 2) = 0,97$$
$$\Leftrightarrow P(-2 / \sigma \leq (X-100) / \sigma \leq 2 / \sigma) = 0,97.$$

Or la variable aléatoire $Z = (X-100) / \sigma$ suit la loi normale centrée réduite. Par conséquent :

$$P(98 \leq X \leq 102) = 0,97 \Leftrightarrow 2P(Z \leq 2/\sigma) - 1 = 0,97$$
$$\Leftrightarrow 2P(Z \leq 2/\sigma) = 1,97 \Leftrightarrow P(Z \leq 2/\sigma) = 0,985 \Leftrightarrow 2/\sigma \approx 2,170 \Leftrightarrow \sigma \approx 0,922$$

(voir à nouveau annexe).

$$2,1 + 0,07$$

$$\frac{2}{\sigma} = 2,17$$

Loi de la table
révisée/ris